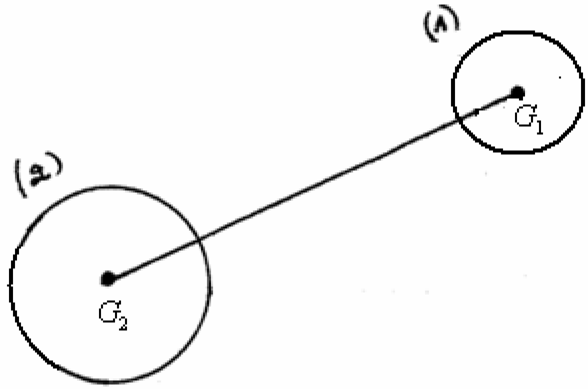
Série d'exercices principe d'inertie   TC /PHYSIQUE

1er EXERCICE:

Deux boules de masses respectivement m_1 et m_2 sont liées par une liaison rigide de masse négligeable.
On donne : $m_2=4m_1$.
Soit : G_1 le centre d'inertie de la boule 1.
G_2 le centre d'inertie de la boule 2.
G le centre d'inertie de l'ensemble {boule1 +boule2}



1) Rappeler la relation barycentrique.
2) Montrer que :
  a) $\overrightarrow{GG_1} = -4\overrightarrow{GG_2}$
  b) $GG_1 = \frac{4}{5} G_1G_2$
  c) $GG_2 = \frac{1}{5} G_1G_2$
  d) Sachant que $G_1G_2=15cm$ calculer la valeur de GG_1 et GG_2.

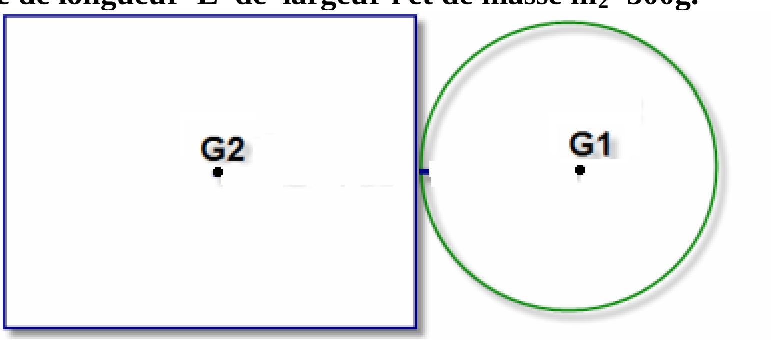
2ème EXERCICE:

Un parachutiste dont la masse et son équipement M=100kg descend en chute verticalement avec une vitesse v=5m/s.
1) Quelle est la nature de son mouvement?
2) En appliquant le principe d'inertie , déterminer l'intensité de la force $\vec{F}$ exercée par l'air sur le parachutiste et préciser son sens et sa direction. (on donne g=9,8N/kg)

Un parachutiste dont la masse et son équipement m=100kg descend , sans ouvrir son parachute , en chute verticalement avec V=5m/s .
1) Quelle est la nature de son mouvement?
2)En appliquant le principe d'inertie , détermine l'intensité de la force exercée par l'air sur le parachutiste et $\vec{F}$ préciser son sens et sa direction (on donne g=9,8N/kg.)
3)S'approchant du sol le parachutiste ouvre son parachute .
a) Comment va évoluée sa vitesse de chute?
b)Quelle action est responsable de cette évolution?
c) Qu'observe le caméraman qui est situé à proximité du parachutiste et qui n'a pas ouvert son parachute ?

3ème EXERCICE:

On considère le système formé de deux plaques homogène en bois d'épaisseur (e) constant :
-Une plaque circulaire de rayon R_1et de masse m_1=100g.
-Une plaque rectangulaire de longueur L de largeur l et de masse m_2=500g.



Déterminer la position du centre d'inertie G de l'ensemble {plaque1+plaque2}.

4ème EXERCICE:

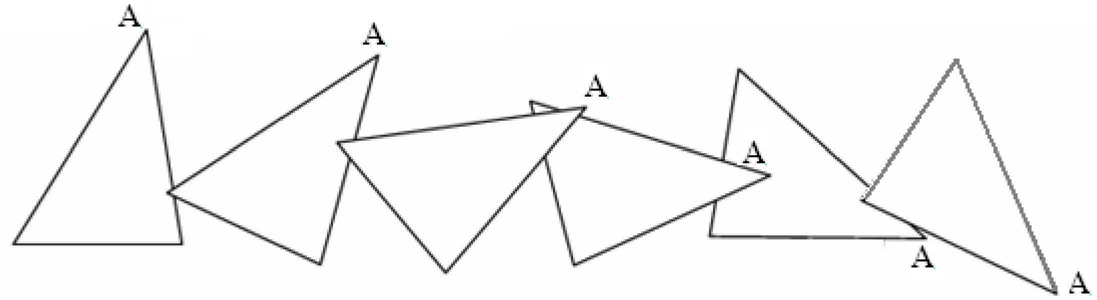
Une canne est formée de deux partie : la 1ère partie en tige cylindrique en bois de longueur L=0,94m de masse m_1= 0,4kg et d'une sphère de masse m_2 homogène de rayon r=3cm en cuivre. Voir schéma.

1)Calculer la masse m_2 de la sphère.
2) Préciser tout d'abord la distance entre le centre d'inertieG_1 du cylindre et le centre d'inertieG_2 de la sphère.
3) Déterminer la position du centre d'inertie G de la canne par rapport au centre d'inertie G_2 de la sphère

Données : Volume de la sphère $V = \frac{4}{3}\pi.r^3$ masse volumique du cuivre $\rho = 8{,}9 g/cm^3$

5ème EXERCICE:

Le document ci-contre a été obtenu en filmant 5 images par secondes une équerre lancée puis lâchée sur une table à coussin d'air horizontale immobile par rapport à la terre.

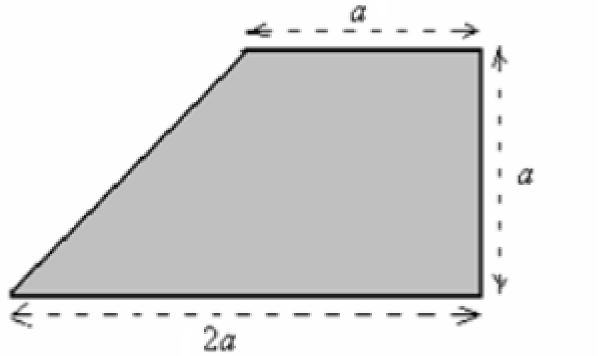


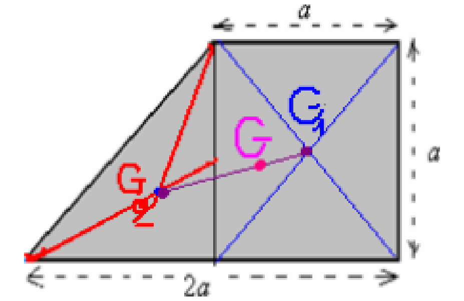
1) Pour chaque position de l'équerre sur le document placer le centre d'inertie G (intersection des médianes).
2) Tracer en vert la trajectoire du point G.
3) Quelle est la nature du mouvement du point G .
4) Déterminer l'intervalle de temps qui sépare deux positions successives du point G puis calculer la vitesse du centre d'inertie de l'équerre .
5) En utilisant un papier transparent, dessiner un point G sur ce papier .

Déterminer le mouvement du point A dans un référentiel lié au point G mais animé d'un mouvement de translation par rapport au référentiel terrestre. Expliquer la méthode.

6ème EXERCICE:

Une plaque homogène d'épaisseur e constant , ayant la forme d'un trapèze voir schéma:

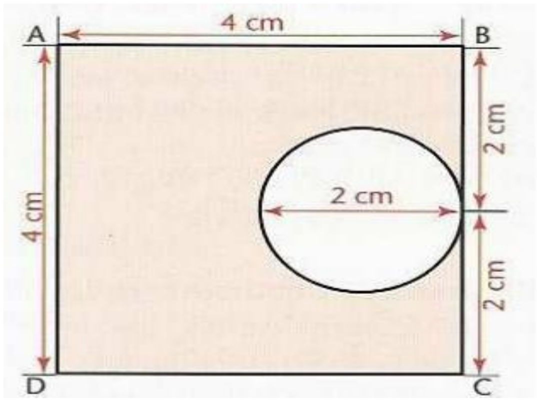




Déterminer la position du centre d'inertie de la plaque.

7ème EXERCICE:

On considère une plaque métallique ABCD homogène d'épaisseur e constant dans laquelle est coupée un morçeau ayant la forme d'un disque comme l'indique la figure suivante:

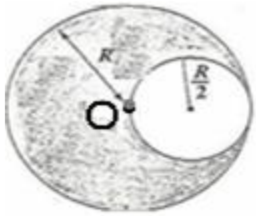


1) Indiquer sur la figure la position du centre d'inertie G de la plaque ABCD de masse M ayant la forme d'un carré et O' centre d'inertie de portion circulaire (la partie coupée) m sa masse. la position
2) Soit et m' la masse de la plaque après avoir éliminé la partie coupée et G' son centre d'inertie.
Déterminer la position de G'.

8ème EXERCICE:

On considère un disque plat homogène d'épaisseur e constant, son rayon R=6cm et de masse M=80g.

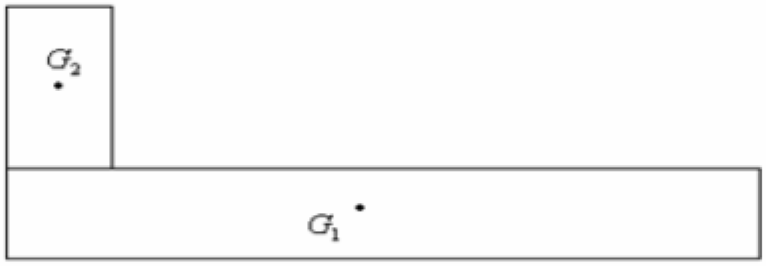
On découpe de ce disque une rondelle circulaire D' de rayon $R' = \frac{R}{2}$, de telle façon qu'on obtient une partie du disque ayant la forme d'un croissant comme l'indique la figure suivante:



1) Déterminer la position du centre d'inertie G' de portion du disque ayant la forme d'un croissant.
2) quelle est la valeur de la masse du corps solide qu'on doit fixer au point P pour ramener le centre d'inertie de l'ensemble au point O?

9ème EXERCICE:

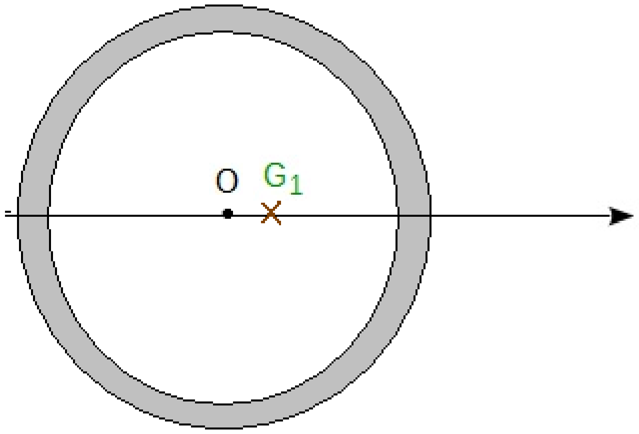
Une plaque homogène formée de deux rectangles de centre G_1 et G_2 et de masse m_1 et m_2.
Déterminer la position du centre d'inertie G de l'ensemble des deux plaques .



$G_1G_2 = 12cm$; $m_2 = 300g$; $m_1 = 200g$

10ème EXERCICE:

Une roue est déséquilibre .Son centre d'inertie G_1 est à 0,1 cm de l'axe de rotation O (voir figure) . Sa masse est de 10 kg , le rayon de la jante 25 cm .



Trouver la masse de masselotte de plomb qu'il est nécessaire de mettre sur le pourtour de la jante pour ramener le centre d'inertie de l'ensemble sur l'axe O.

SBIRO Abdelkrim

Correction

Correction du 1er EXERCICE:

1) la relation barycentrique: $\overrightarrow{OG} = \frac{\Sigma m_i.\overrightarrow{OA_i}}{\Sigma m_i}$

2) a) $\overrightarrow{OG} = \frac{m_1.\overrightarrow{OG_1} + m_2.\overrightarrow{OG_2}}{m_1 + m_2}$

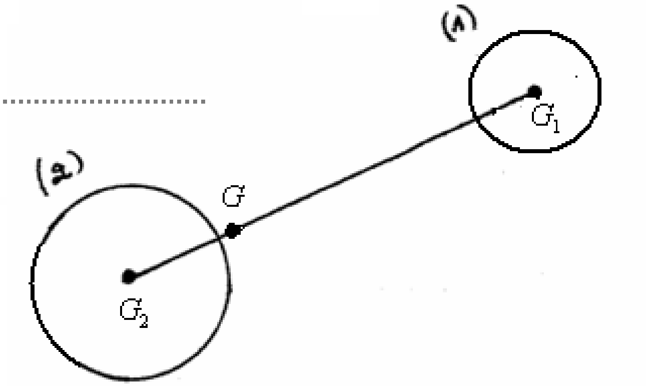
Considérons le point O confondu avec G. La relation précédente devient : $m_1.\overrightarrow{GG_1} + m_2.\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$

avec: $m_2=4.m_1$ $\Rightarrow$ $m_1.\overrightarrow{GG_1} + 4m_1.\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$ donc : $\overrightarrow{GG_1} + 4\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$ d'où: $\boxed{\overrightarrow{GG_1} = -4\overrightarrow{GG_2}}$

b) $\overrightarrow{GG_1} = -4\overrightarrow{GG_2}$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{GG_1} = -4(\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G_2})$ donc: $\overrightarrow{GG_1} = -4.\overrightarrow{GG_1} - 4.\overrightarrow{G_1G_2}$ d'où : $5.\overrightarrow{GG_1} = -4.\overrightarrow{G_1G_2}$

$\Rightarrow$ $5.\overrightarrow{GG_1} = -\frac{4}{5}.\overrightarrow{G_1G_2}$ donc : $GG_1 = \frac{4}{5}.G_1G_2$

c) $GG_2 = G_1G_2 - GG_1 = G_1G_2 - \frac{4}{5}.G_1G_2 = \frac{1}{5}.G_1G_2$



d) $GG_1 = 15cm$ et $G_1G_2 = 15cm$, $GG_2 = \frac{1}{5}.G_1G_2 = \frac{1}{5}\times 15 = 3cm$ donc $GG_1 = \frac{4}{5}.G_1G_2 = \frac{4}{5}\times 15 = 12cm$

Correction du 2e EXERCICE:

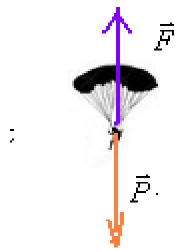
1) Le mouvement est rectiligne uniforme.

2) Le parachutiste est un système pseudo isolé et son mouvement est rectiligne uniforme donc d'après le principe d'inertie $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$.

Le parachutiste est soumis à deux forces : son poids et la force exercée par l'air. $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$

F=P=m.g=100.9,8=980N

direction et sens de la force $\vec{F}$ Verticale et dirigée vers le haut.



3) a) La vitesse du parachutiste diminue , son mouvement devient retardé .

b) Lorsque le parachutiste est ouvert , la surface de contact avec l'air augmente et l'action de l'air devient plus importante.

Donc c'est l'action de l'air qui est responsable de cette évolution.

c) Le cameraman dépassera le parachutiste qui a ouvert son parachutiste car le mouvement de ce dernier est retardé.

Correction du 3ème EXERCICE:

En appliquant la relation barycentrique au système des deux plaques :

$\overrightarrow{OG} = \frac{\Sigma m_i.\overrightarrow{OA_i}}{\Sigma m_i}$ elle devient : $\overrightarrow{OG} = \frac{m_1.\overrightarrow{OG_1} + m_2.\overrightarrow{OG_2}}{m_1 + m_2}$

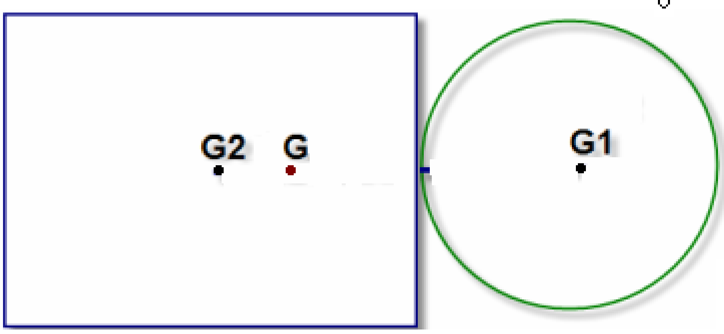
Considérons le point O confondu avec G. La relation précédente devient : $m_1.\overrightarrow{GG_1} + m_2.\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$

On a : $\frac{m_1}{m_2} = \frac{500}{100} = 5$ Donc : $m_2=5.m_1$

La relation précédente de vient : $m_1\overrightarrow{GG_1} + 5m_1.\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{GG_1} + 5.\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$ donc: $\overrightarrow{GG_1} = -5.\overrightarrow{GG_2}$

C'est-à-dire $\overrightarrow{GG_1} = -5.(\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G_2}) \Rightarrow$ $\overrightarrow{GG_1} = -5\overrightarrow{GG_1} - 5.\overrightarrow{G_1G_2}$ $\Rightarrow$ $6\overrightarrow{GG_1} = -5.\overrightarrow{G_1G_2}$

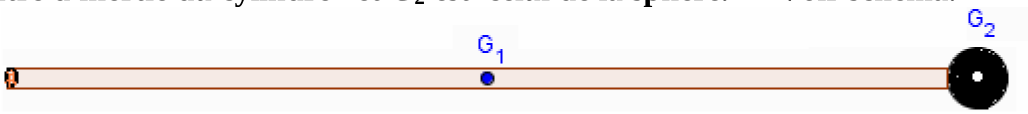
D'où : $\overrightarrow{GG_1} = -\frac{5}{6}.\overrightarrow{G_1G_2}$ donc G se trouve entre G_1 et G_2 et $GG_1 = \frac{5}{6}.G_1G_2$



Correction du 4 ème EXERCICE:

1) **masse de la sphère :** $m_2 = \rho V = \rho \times \frac{4}{3}.\pi r^3 = 8{,}9 \times \frac{4}{3}.\pi.(3)^3 \approx 1006g$

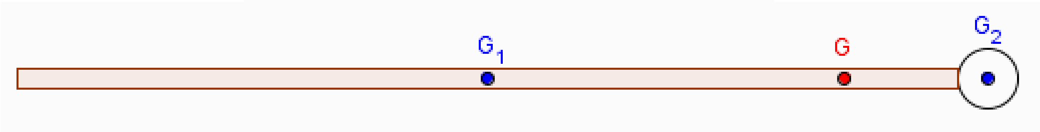
2) G_1 est le centre d'inertie du cylindre et G_2 est celui de la sphère. Voir schéma.



$$G_1G_2 = \frac{L}{2} + r = \frac{94}{2} + 3 = 50cm$$

3) Pour déterminer la position du centre d'inertie G de la canne par rapport au centre d'inertie G_2 de la sphère appliquons La relation barycentrique :

$$\overrightarrow{OG}. = \frac{\Sigma m_i.\overrightarrow{OA_i}}{\Sigma m_i} = \frac{m_1\,\overrightarrow{OG_1} + m_2.\overrightarrow{OG_2}}{m_1 + m_2}.$$



Considérons O confondu avec G_1 la relation précédente devient : $\overrightarrow{G_1G} = \frac{m_2.\overrightarrow{G_2G}}{m_1 + m_2}$ => $(m_1 + m_2)\overrightarrow{G_1G} = m_2.(\overrightarrow{G_2G_1} + \overrightarrow{G_1G})$ Donc : $\boxed{G_1G = \frac{m_2 G_1G_2}{m_1 + m_2}.}$

$G_1G = \frac{1006 \times 0{,}5}{400 + 1006} \approx 0{,}358m = 35{,}8cm$ et $GG_2 = G_1G_1 - GG_1 = 50 - 35{,}8 = 14{,}2cm$

Autre méthode	si on considère O confondu avec G

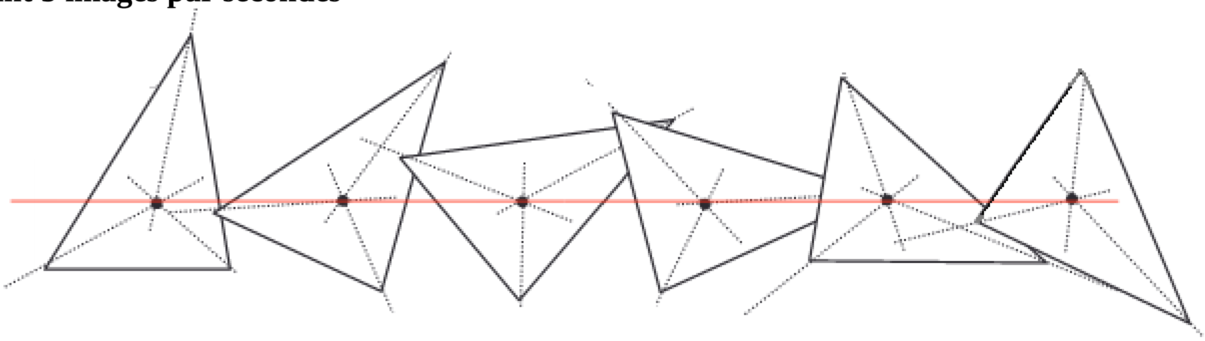
$m.\overrightarrow{GG_1} + M.\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$ donc $m.\overrightarrow{GG_1} + M.\overrightarrow{GG_1} + M.\overrightarrow{G_1G_2} = \vec{0}$ ou $(m + M).\overrightarrow{GG_1} = -M.\overrightarrow{G_1G_2}$

d'où $\overrightarrow{G_1G} = \frac{M}{m + M}.\overrightarrow{G_1G_2}$

Application numérique $G_1G = \frac{1\,006}{1\,006 + 400} \times 0{,}50 \approx 0{,}358 \text{ m} = 35{,}8 \text{ cm}$

Correction du 5ème EXERCICE:

1) en filmant 5 images par secondes

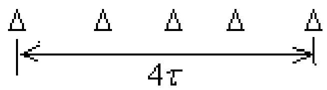


2) la trajectoire du point G est rectiligne.

3) le mouvement de G est rectiligne uniforme .

4) en filmant 5 images par secondes , l'intervalle de temps qui sépare deux positions successives du point G est :

$$\tau = \frac{1}{4} = 0{,}25s$$



Correction du 6 eme EXERCICE:

La plaque est formée de deux partie : la 1ère partie a la forme d'un carré de masse m_1 de centre d'inertie G_1 et la deuxième partie de masse m_2 , a la forme d'un triangle et de centre d'inertie G_2.

Le centre d'inertie G de la plaque se trouve sur

En utilisant la relation barycentrique: $\overrightarrow{OG} = \frac{\Sigma m_i.\overrightarrow{OA_i}}{\Sigma m_i}$ => $\overrightarrow{OG} = \frac{m_1.\overrightarrow{OG_1} + m_2.\overrightarrow{OG_2}}{m_1 + m_2}$

En considérant O confondu avec G .la relation devient:

$$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2.\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$$

on a $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho.V_1}{\rho.V_2} = \frac{S_1.e}{S_2 e} = \frac{a^2}{a^2/2} = 2$ donc $m_1 = 2m_2$

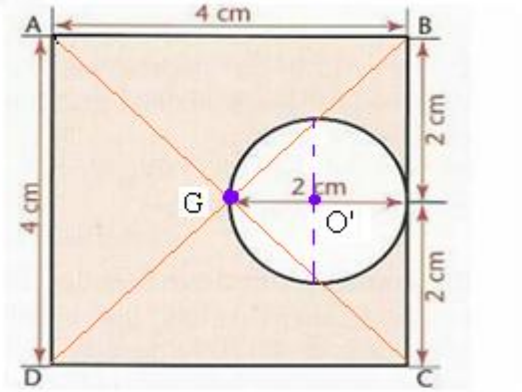
$$\Rightarrow \quad 2.m_2\overrightarrow{GG_1} + m_2.\overrightarrow{GG_2} = \vec{0} \quad \text{donc} \quad 2.m_2\overrightarrow{GG_1} + m_2.(\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G_2}) = \vec{0}$$

$$3.m_2\overrightarrow{GG_1} + m_2.\overrightarrow{G_1G_2} = \vec{0} \Rightarrow 3.m_2\overrightarrow{GG_1} = -m_2.\overrightarrow{G_1G_2} \Rightarrow 3\overrightarrow{GG_1} = -.\overrightarrow{G_1G_2}$$

$$\Rightarrow \quad \overrightarrow{GG_1} = -\frac{\overrightarrow{G_1G_2}}{3} \quad \text{donc} \quad G_1G = \frac{G_1G_2}{3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{G_1G = \frac{G_1G_2}{3}}$$

Correction du 7 eme EXERCICE:

1)



2) **On considère l'axe (O,x) d'origine O confondu avec G .**

Appliquons la relation barycentrique sur la plaque homogène qui se compose de deux parties :

-La première partie: portion de la plaque restant ayant la forme trouée de centre d'inertie G' de masse :(M-m).

- La deuxième partie :la portion découpée, le rondelle circulaire de centre d'inertie O' de masse m.

En utilisant la relation barycentrique: $\overrightarrow{OG} = \frac{\Sigma m_i.\overrightarrow{OA_i}}{\Sigma m_i} \Rightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{m.\overrightarrow{OG'} + (M-m).\overrightarrow{OO'}}{m + (M-m)}$

Or le point O est confondu avec G , la relation précédente devient :

$$(1) \quad m.\overrightarrow{OG'} + (M-m).\overrightarrow{OO'} = \vec{0}$$

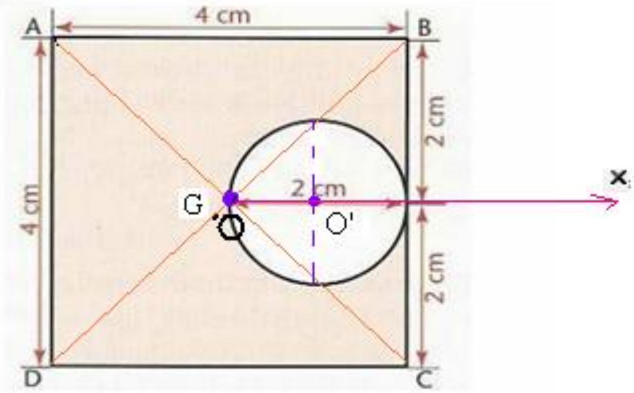
La surface du petit disque $s = \pi.r^2 = \pi.\left(\frac{R}{2}\right)^2$ **Sa masse :** $m = \rho.v' = \rho.s.e.$

La surface de la plaque homogène $S = a^2$

Sa masse : $M = \rho.V = \rho.S.e = \rho.a^2.e$

$$\frac{M}{m} = \frac{\rho.a^2.e}{\rho.s.e} = \frac{a^2}{s} = \frac{a^2}{(\pi.R)^2} = \frac{4^2}{(\pi\times 1)^2} = \frac{16}{\pi} \approx 5$$

donc : M-m=5m-m=4m donc : M=5.m

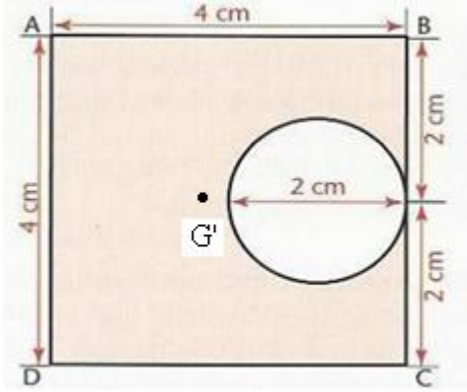


la relation (1) devient:

$$m.\overrightarrow{OG'} + 4.m.\overrightarrow{OO'} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{OG'} = \frac{-m.\overrightarrow{OO'}}{4.m} = \frac{-\overrightarrow{OO'}}{4}$$

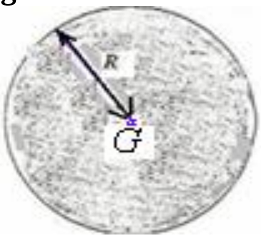
Or OO'=R/2=2/2=1cm

$$\Rightarrow \quad x_{G'} = -\frac{x_{O'}}{4} = \frac{-R/2}{4} = \frac{1}{4} = -0{,}25cm$$



Correction du 8 ème EXERCICE:

1) Soit G le centre d'inertie du disque homogène de masse m et de rayon R.

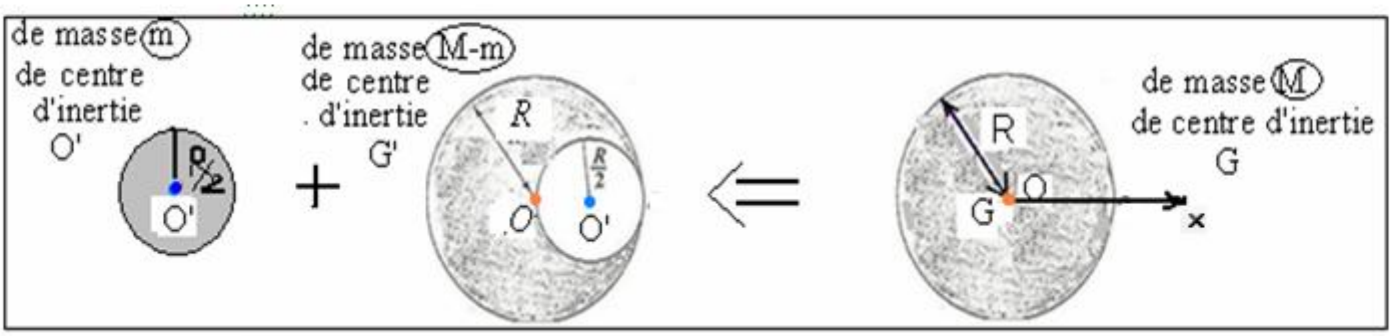


On considère l'axe (O,x) d'origine O confondu avec G .

<u>Appliquons la relation barycentrique sur le disque homogène qui se compose de deux parties</u> :

-<u>La première partie</u>: portion du nouveau disque restant ayant la forme d'un croissant de centre d'inertie G' de masse (M-m).

- La deuxième partie :la portion découpée, le rondelle circulaire de centre d'inertie O' de masse m.



En utilisant la relation barycentrique: $\overrightarrow{OG} = \dfrac{\Sigma m_i.\overrightarrow{OA_i}}{\Sigma m_i}$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{OG} = \dfrac{m.\overrightarrow{OG'} + (M-m).\overrightarrow{OO'}}{m + (M-m)}$

Or le point O est confondu avec G , la relation précédente devient :

$$(1) \qquad m.\overrightarrow{OG'} + (M-m).\overrightarrow{OO'} = \vec{0}$$

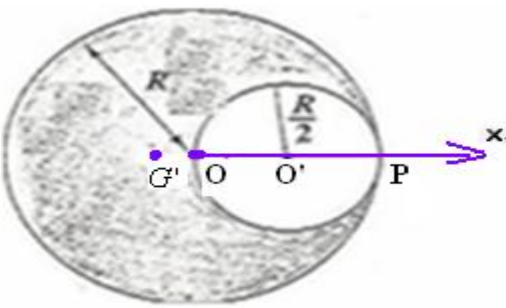
La surface du petit disque $s = \pi.r^2 = \pi.\left(\dfrac{R}{2}\right)^2$ **sa masse :** $m = \rho.v' = \rho.s.e.$

$\dfrac{M}{m} = \dfrac{\rho.S.e}{\rho.s.e} = \dfrac{S}{s} = \dfrac{R^2}{r^2} = \dfrac{R^2}{(R/2)^2} = 4$ donc : M=4.m d'ou : M-m=4m-m=3m

la relation (1) devient:

$m.\overrightarrow{OG'} + 3.m.\overrightarrow{OO'} = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{OG'} = \dfrac{-m.\overrightarrow{OO'}}{3.m} = \dfrac{-\overrightarrow{OO'}}{3}$ Or OO'=R/2=6/2=3cm

$$\Rightarrow \quad x_{G'} = -\frac{x_{O'}}{3} = \frac{-R/2}{3} = -\frac{3}{3} = -1cm$$



2) En appliquant la relation barycentrique à l'ensemble disque restant + masse m_o :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m_o.\overrightarrow{OP} + 3.m.\overrightarrow{OG'}}{m_o + 3m}$$

G confondu avec O:

$$m_o.\overrightarrow{OP} + 3.m.\overrightarrow{OG'} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad m_o = \frac{-3.m.\overrightarrow{OG'}}{\overrightarrow{OP}} \Rightarrow m_o = \frac{3.m\overrightarrow{G'O}}{\overrightarrow{OP}} \Rightarrow m_o = \frac{3.mG'O}{OP} = \frac{3.\times 80\times 1}{6} = 40g$$

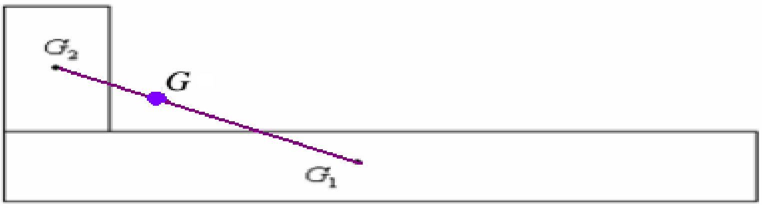
Correction du 9 eme EXERCICE:

Relation barycentrique: $\overrightarrow{OG} = \frac{\Sigma m_i.\overrightarrow{OA_i}}{\Sigma m_i} \Longrightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{m_1.\overrightarrow{OG_1} + m_2.\overrightarrow{OG_2}}{m_1 + m_2}$

En considérant G_1 confondu avec O. La relation précédente devient : $\overrightarrow{G_1G}.(m_1 + m_2) = m_2.\overrightarrow{G_1G_2}$

G se trouve sur le même alignement qui contient G_1 et G_2.

$$\Rightarrow \quad \overrightarrow{G_1G} = \frac{m_2.\overrightarrow{G_1G_2}}{(m_1 + m_2)} \qquad G_1G = \frac{m_2.G_1G_2}{(m_1 + m_2)} = \frac{300.(12)}{500} = 7{,}2cm$$



Correction du 10ème EXERCICE:

1)En utilisant la relation barycentrique: $\overrightarrow{OG} = \frac{\Sigma m_i.\overrightarrow{OA_i}}{\Sigma m_i}$

Sur l'ensemble {roue +masselotte} ,
la roue son centre d'inertie est G_1 la masselotte son centre d'inertie est G_2.

$$\overrightarrow{OG} = \frac{M.\overrightarrow{OG_1} + m.\overrightarrow{OG_2}}{M + m}$$

$\overrightarrow{OG} = \vec{0}$ $\Rightarrow$ **pour ramener le centre d'inertie de l'ensemble sur l'axe , le point G doit être confondu avec . O**

Donc : $\frac{M.\overrightarrow{OG_1} + m.\overrightarrow{OG_2}}{M + m} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad M.\overrightarrow{OG_1} + m.\overrightarrow{OG_2} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad M.\overrightarrow{OG_1} = -m.\overrightarrow{OG_2}$

$\Rightarrow \quad M.\overrightarrow{OG_1} = m.\overrightarrow{G_2O} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{M.\overrightarrow{OG_1}}{\overrightarrow{G_2O}}$ d'ou $\boxed{m = \frac{M.OG_1}{G_2O}}$ A.N : $m = \frac{10\times 0{,}1}{25} = 0{,}04kg = 40g$

SBIRO Abdelkrim pour toute observation contactez moi mail : sbiabdou@yahoo.fr

لا تنسونا من صالح دعائكم ونسأل الله لكم العون والتوفيق.