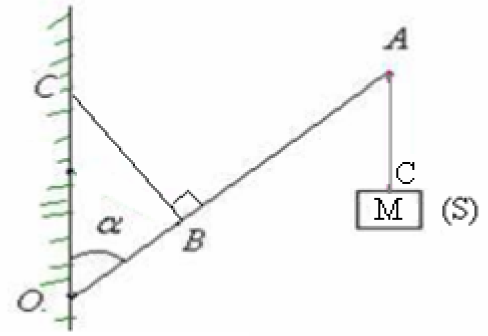
Série d'exercices : équilibre d'un corps en rotation autour d'un axe fixe

1) EXERCICE 1

On considère une barre homogène OA de longueur L=1,2m et de masse m=2kg capable de se mettre en rotation autour d'un axe (Δ) horizontal et passant son extrémité O.

On suspend à l'aide d'un fil de masse négligeable au point A un corps solide (S) de masse M=3kg, on fixe au point B qui se trouve à la distance $OB = \frac{L}{4}$ du point O de la barre un fil métallique BC dont l'autre extrémité est fixée à un mur vertical de telle façon qu'il reste perpendiculaire à la barre.(voir schéma).

L'ensemble se trouve en équilibre lorsque $\alpha = 30°$. On donne g=10N/kg

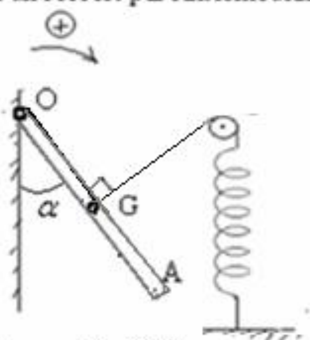


1) Etudier l'équilibre du solide (S) puis en déduire la tension $\vec{T_1}$ du fil au point C.
2) Faites le bilan des forces qui s'exercent sur la barre.
3) En appliquant le théorème des moments, calculer l'intensité de la force $\vec{F}$ Exercée par le fil BC sur la barre.

2) EXERCICE 2

On considère une tige OA homogène de longueur ℓ et de masse m=1kg capable de tourner autour d'un axe fixe Δ horizontal passant par le point O.

L'équilibre de la tige est établi à l'aide d'un fil lié à un ressort par l'intermédiaire d'une poulie comme l'indique la figure suivante

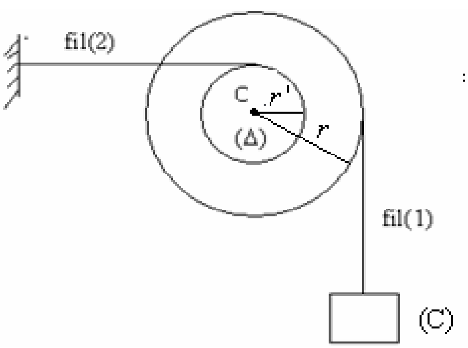


La constante de raideur du ressort est K=25N/m , $\alpha = 30°$.

1) Faites l'inventaire des forces qui s'exercent sur la barre AB. Puis représentez ces forces.
2) En appliquant la deuxième condition d'équilibre , déterminer l'intensité de la force $\vec{T}$ exercée par le fil.
3) En déduire l'allongement du ressort. On donne g=10N/kg.

3) EXERCICE 3:

Une poulie P à deux gorges, capable de tourner autour d'un axe fixe et horizontal (Δ) passant par son centre O ,sans frottement. La poulie est en équilibre sous l'action de deux fils inextensibles : Au premier fil enroulé sur la poulie de grand rayon r est suspendu un corps (C) , le deuxième fil horizontal fixé au point C est enroulé sur la poulie de petit rayon, le rayon $r' = \frac{r}{2}$.



masse du corps C : m=1kg

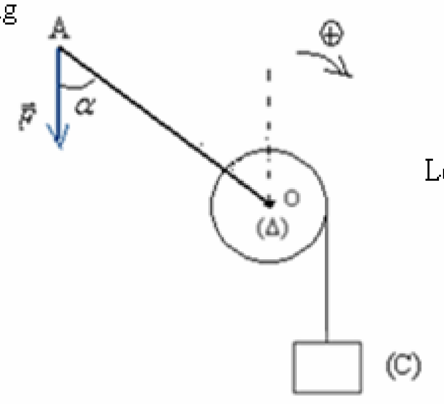
et g= 10N/kg

1) En étudiant l'équilibre du corps (C) déterminez l'intensité T_1 du fil (1) .
2) a) faites le bilan des forces qui s'exercent sur la poulie (à deux gorges).

b) En appliquant le théorème des moments montrez que $T_2=2.T_1$ puis calculez la valeur de T_2 et celle de T_1.

4) EXERCICE4:

Un enrouleur est constitué d'un cylindre de rayon r =7cm capable de tourner autour d'un axe fixe et horizontal (Δ) passant par son centre O à l'aide d'un manivelle OA de longueur $\ell = OA = 35cm$.
On enroule sur le cylinre un cable de masse négligeable et on suspend à son extrémité inférieure un corps (C) de masse m=10kg . (voir schéma).On donne g=10N/kg

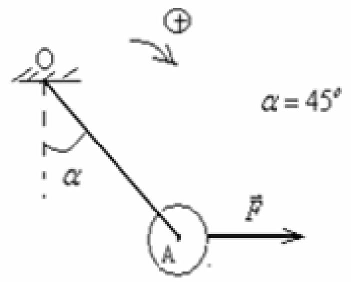


Le câble est inextensible

Calculez l'intensité de la force $\vec{F}$ qu'on doit appliquer à l'extremité A du manivelle pour que le corps (C) reste en équilibre lorsque l'angle α prend la valeur $\alpha_1 = 30°$ puis lorsque $\alpha_2 = 90°$

5) EXERCICE5:

Dans la figure suivante ,une boule homogène de masse m=0,2kg et de rayon r= 2cm suspendue à un fil de masse négligeable fixé en un point O et de longueur L=48cm , la boule est maitenue en équilibre sous l'action d'une force . horizontale $\vec{F}$ .on donne g=10N/kg.



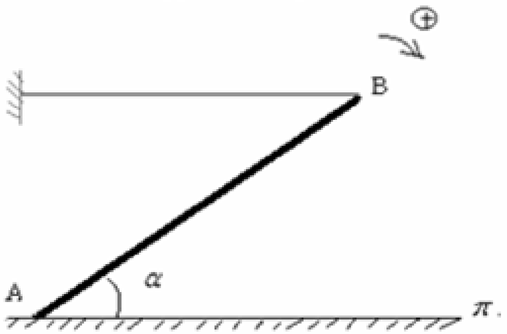
1) faites le bilan des forces qui s'exercent sur la boule .

En appliquant la première condition d'équilibre et en utilisant la méthode graphique déterminer l'intensité de la force $\vec{F}$

2) Sachant que la boule peut tourner autour d'un axe (Δ) Horizontal passant par O, monter que la somme des moments des forces qui s'exercent sur la boule est nulle.

6) EXERCICE 6:

Une barre homogène AB de masse m= 2kg et de longueur ℓ , son extrémité supérieur est maintenue par un fil horizontal de masse négligeable alors que son extrémité inférieure s'appui sur un plan horizontal π.



Lorsque l'équilibre est établi l'angle $\alpha = 45°$.

1) Faites l'inventaire des forces qui s'exercent sur la barre AB.

2)Donner la nature du contact entre la barre et le plan π Au point A.

3) On considère l'axe (Δ) passant par le point A et perpendiculaire au plan de la barre .

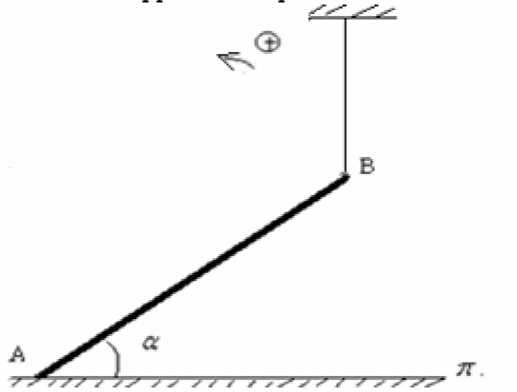
a) Donnez l'expression du moment de chacune des forces qui s'exercent sur la barre par rapport à l'axe (Δ) .

b) En appliquant la deuxième condition d'équilibre , déterminer l'intensité de la force $\vec{T}$ exercée par le fil.

c) Déterminer l'intensité de la réaction $\vec{R}$ du plan exercée sur la barre .

7) EXERCICE7:

Une barre homogène AB de masse m= 3kg et de longueur ℓ , son extrémité supérieur est maintenue par un fil vetical de masse négligeable alors que son extrémité inférieure s'appui sur un plan horizontal π .



Lorsque l'équilibre est établi l'angle $\alpha = 30^o$. on donne g=10N/kg.

1) Faites l'inventaire des forces qui s'exercent sur la barre AB.

2) En appliquant la deuxième condition d'équilibre , déterminer l'intensité de la force $\vec{T}$ exercée par le fil.

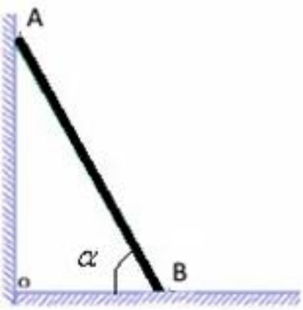
3) En déduire l'intensité de la réaction $\vec{R}$ du plan π sur la barre AB au point A.

8) EXERCICE 8:

Une poutre homogène AB de masse $m = 15kg$ repose sur le sol par l'extrémité B.
L'extrémité A est en contact (sans frottement) avec un mur vertical.

On donne : $g = 10N/kg$ $\alpha = 60^o$

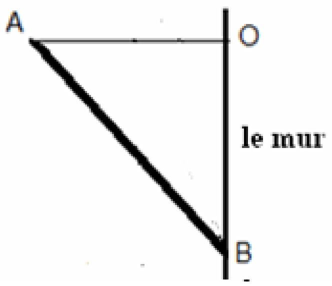
1) Faites l'inventaire des forces qui s'exercent sur la poutre.
Puis représentez ces forces.
2) Calculer l'intensité de la réaction $\vec{R}$ du mur sur la poutre.
3) Calculer l'intensité de La réaction $\vec{R'}$ du sol sur la poutre .



9) EXERCICE 9:

Une barre homogène AB de masse m= 60 kg repose par son extrémité B sur un mur verticale .
Le contact avec le mur au point B se fait avec frottement.
La barre est maintenue en équilibre par son extrémité A grâce à un câble de masse négligeable fixé au mur en O .
On donne OB= 2OA; g= 10 N/kg.

1.Faire le bilan des forces qui s'exercent sur la barre et les représenter .
2.Déterminer les caractéristiques de chaque force.



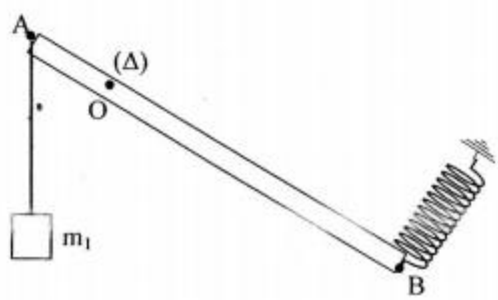
2) En utilisant le théorème des moments déterminer l'intensité de la force exercée par le câble sur la barre .
3) En utilisant la méthode graphique déterminer l'intensité de la force exercée par le mur sur la barre.

10) EXERCICE10:

Une barre homogène AB de masse m=4kg, de longueur 60cm est mobile autour d'un axe horizontal Δ passant par le point O tel que OA=10cm. Cette barre est maintenue en équilibre par la tension $\vec{T}$ d'un ressort et la tension $\vec{F_1}$ d'un fil tendue par le poids $\vec{P_1}$ d'une masse m_1=1kg. On néglige les frottements sur l'axe.

1/ Faire l'inventaire des forces extérieures s'exerçant sur la barre

2/ Calculer T sachant que la direction du ressort est perpendiculaire à la barre et que cette dernière est inclinée d'un angle α=60° par rapport à l'horizontale.



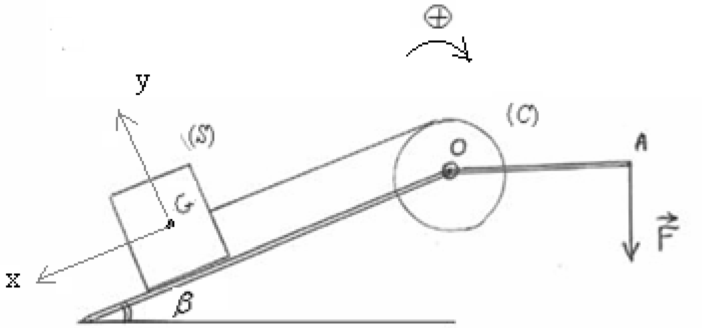
3/ Déterminer les caractéristiques de la réaction $\vec{R}$ qui s'applique sur la barre.

11) EXERCICE11:

La figure suivante représente un système qui se compose :

- d'un solide (S) de masse m=0,5kg posé sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^o$ par rapport à l'horizontal.
–d'un enrouleur qui se compose d'un cylindre de rayon r= 8cm capable de tourner sans frottement autour d'un axe horizontal passant par le point O.
- d'un manivelle de masse négligeable et de longueur L=OA=50cm.
-d'un fil de liaison inextensible et de mase négligeable parallèle au plan incliné.

Pour établir l'équilibre on exerce sue le système une force $\vec{F}$



Sachant que le contact entre le corps (S) et le plan incliné se fait sans frottement.

1) Donnez l'inventaire des forces qui s'exercent sur le corps (S).
2) Donnez l'inventaire des forces qui s'exercent sur l'enrouleur.
3)a) Donnez la condition d'équilibre du corps (S).
b) Donnez la condition d'équilibre de l'enrouleur.
4) En utilisant la méthode analytique :
a) Déterminez l'expression de l'intensité T de la tension du fil en fonction de β, g et m.
b) Déterminez l'expression de l'intensité R de la réaction du plan sur le corps (S). puis calculer sa valeur.
5) En appliquant la deuxième condition d'équilibre sur l'enrouleur, trouver l'expression suivante :

$$F = \frac{m.g.r.\sin\beta}{L}$$ puis calculer sa valeur.

12) EXERCICE12:

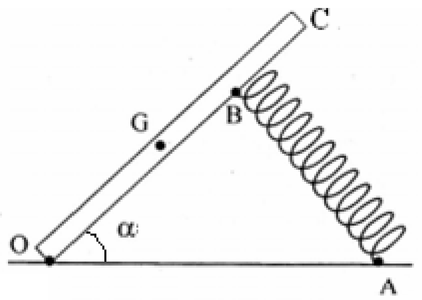
La figure ci-contre schématise une pédale d'accélérateur d'automobile. Elle est mobile autour de l'axe horizontal O, le ressort AB, perpendiculaire à la pédale, la maintient en équilibre dans la position correspondant à l'angle

α= A$\hat{O}$B=45°.

Données: poids de la pédale P=10N, appliqué en G tel que: OG=10cm, OB=15cm.

1/ Déterminer la tension de T du ressort à l'équilibre.

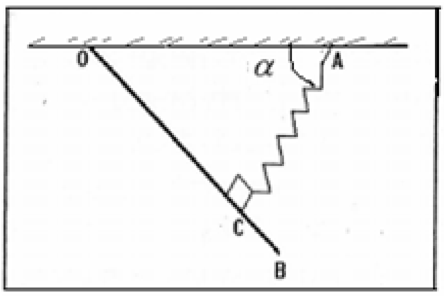
2/ Déterminer l'intensité, de la réaction $\vec{R}$ de l'axe de la pédale.



13) EXERCICE13:

Une barre AB homogène de masse m=5kg, accrochée au plafond horizontal d'un bâtiment, est articulée autour d'un axe horizontal Δ passant par son extrémité O. Elle est maintenue en équilibre à l'aide d'un ressort comme l'indique la figure. La suspension est telle que la direction du ressort, soit perpendiculaire à OB comme l'indique la figure et passe par le point C tel que : $OC = \frac{3}{4}.OB$.

On donne : $OB = \ell = 1,2m$, $\alpha = 37^o$, $K = 500N/m$ et g=10N/kg.



1) Faites l'inventaire des forces qui s'exercent sur la barre puis représentez les.
2) Calculez l'intensité de la tension $\vec{T}$ du ressort. En déduire l'allongement du ressort.
3) Déterminer l'intensité de la réaction $\vec{R}$ qui s'exerce sur la barre en O.

14) EXERCICE14:

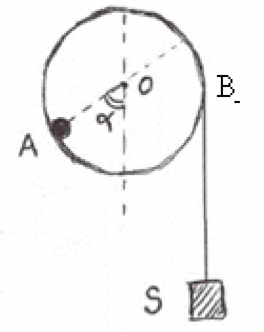
Un disque homogène de masse m=50g , de rayon r=12,5cm porte en A une surcharge ponctuelle de masse M=100g.

Le disque peut tourner librement autour d'un axe horizontal perpendiculaire au disque en son centre O.

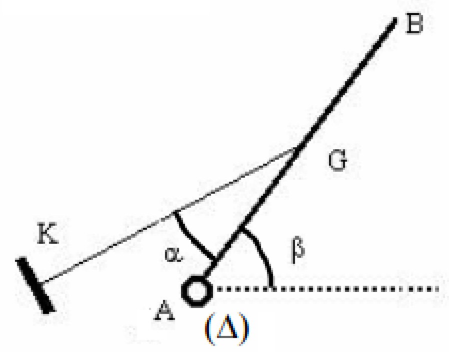
1) Quelle position prend –il à l'équilibre?

2) On accroche un objet S de masse M_1 à l'extrémité d'un fil inextensible, de masse négligeable enroulé sur la périphérie du disque.

Déterminer la valeur de la masse M_1 pour que, l'équilibre, l'angle α soit $\alpha = 30°$.(voir figure).



15) EXERCICE15:



Une barre rigide AB , de longueur AB = 2L et de masse m = 2 kg peut tourner dans un plan vertical (plan de la figure) et autour d'un axe horizontal (Δ) passant par le point A .

Cette barre est maintenue par un fil inextensible, de masse négligeable . Dun côté ce fil est attaché en K et de l'autre côté au centre de gravité G de la barre.

La barre est en équilibre et on constate que :

$\alpha = 30°$ et $\beta = 60°$

Déterminer : 1 La tension du fil

2 La réaction de l'axe en A .

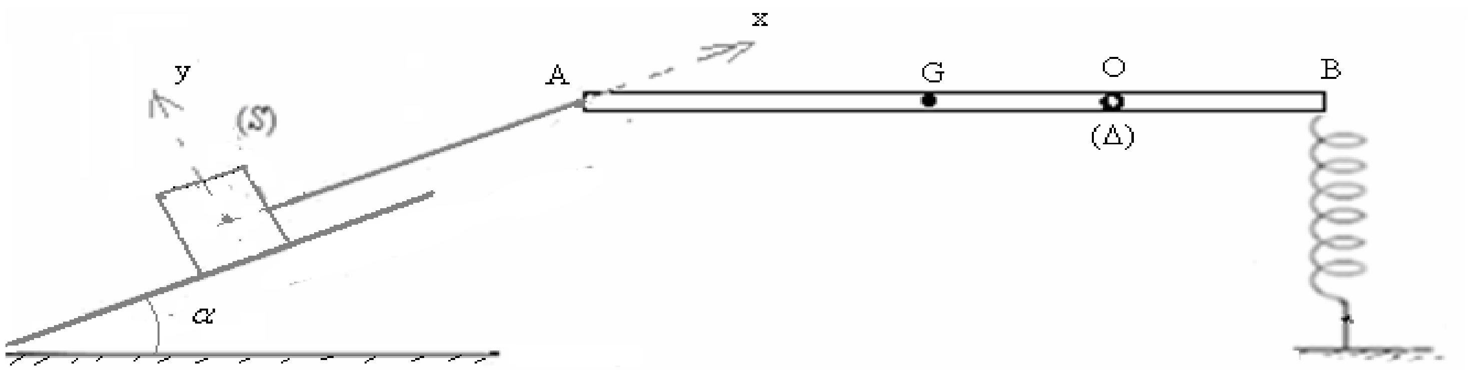
On donne : g=10N/kg

16) EXERCICE16:

Une barre AB peut tourner autour d'un axe fixe horizontal (Δ) Passant par le point O est maintenue en équilibre horizontal à l'aide d'un ressort et un fil inextensible comme l'indique la figure suivante.

Sachant que le contact du corps S avec le plan se fait sans frottement et à l'équilibre $\alpha = 30°$,

1)En étudiant l'équilibre du corps S déterminer l'intensité de la tension $\vec{T}$ du fil.



2) Déterminez la tension du ressort à l'équilibre.

On donne : g=1N/kg , $AB = L$, $OB = \frac{L}{4}$, masse du corps S m=400g , $K = 30N/m$ **masse de la barre:M=200g**

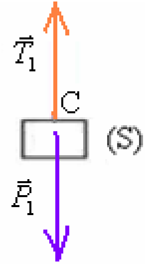
Correction

1) Correction de l'exercice 1

1) le corps (S) est en équilibre sous l'action de 2 forces : $\vec{P}_1$: son poids et $\vec{T}_1$:la tension du fil .

Condition d'équilibre : $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = \vec{0}$

Les 2 forces sont opposées et ont même droite d'action . Donc $T_1 = P_1 = M.g$



2) système étudié {la barre AB}

Bilan des forces qui s'exercent sur la barre AB:

$\vec{T}$: tension du fl au point A (d'après la condition d'équilibre du corps suspendu T=P=mg)

$\vec{P}$: poids de la barre AB .

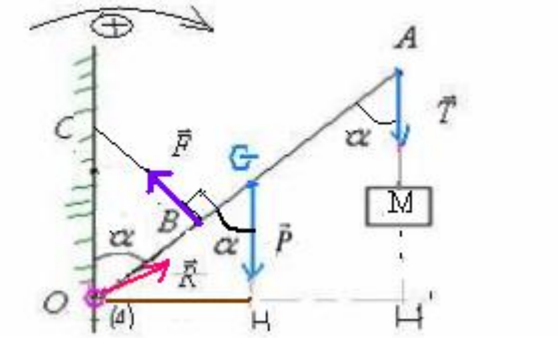
$\vec{F}$: la force exercée par le fil métallique.

$\vec{R}$: réaction de l'axe de rotation au point O.

3) En appliquant le théorème des moments :

$$\Sigma M_{\Delta}\vec{F} = 0$$

(1) $$M_{\Delta}\vec{F} + M_{\Delta}\vec{P} + M_{\Delta}\vec{T} + M_{\Delta}\vec{R} = 0$$



On a :poids de la barre P=m.g .

Le fil étant inextensible, il garde la même tension en tous ses points . par conséquence **T=T₁=M.g**

$$\begin{cases} M_{\Delta}\vec{F} = -F.OB = -F.\dfrac{L}{4} \\ M_{\Delta}\vec{P} = +P.OH = +P.\dfrac{L}{2}\sin\alpha = +m\,g.\dfrac{L}{2}\sin\alpha \\ M_{\Delta}\vec{T} = +T.OH' = +T.L.\sin\alpha = +M\,gL.\sin\alpha \\ M_{\Delta}\vec{R} = 0 \end{cases}$$

Donc la relation (1) devient:

$$-F.\frac{L}{4} + +m.g.\frac{L}{2}\sin\alpha + M\,g.L.\sin\alpha + 0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{4} = \frac{m.g}{2}\sin\alpha + M.g.\sin\alpha$$

$$\Rightarrow \quad F = 4\left(\frac{m.g}{2}\sin\alpha + M.g.\sin\alpha\right) = g\sin\alpha(2.m + 4M)$$

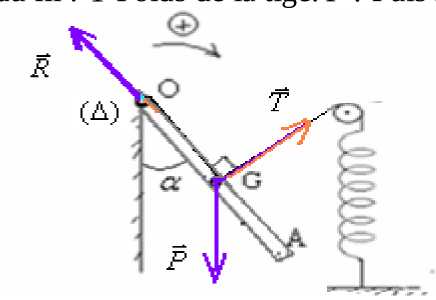
$$\boxed{F = g\sin\alpha(2.m + 4M)}$$

$$F = 10..\sin 30(4+12) = 80N$$

2) CORRECTION DE L'EXERCICE 2:

1) Inventaire des forces qui s'exercent sur la barre AB:

: réaction du mur au point O. $\vec{R}$: tension du fil . $\vec{T}$ Poids de la tige. $\vec{P}$: Puis représentez ces forces.



2) En appliquant la deuxième condition d'équilibre

$$M\vec{P}_{/\Delta} + M\vec{R}_{/\Delta} + M\vec{T}_{/\Delta} = 0 \qquad M\vec{R}_{/\Delta} = 0$$

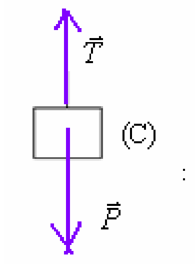
$$P.\frac{\ell}{2}.\sin\alpha + 0 - T.\frac{\ell}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad T = m.g.\sin\alpha \quad T = m.g.\sin\alpha = 5N$$

3) $T = K.\Delta\ell \quad \Rightarrow \Delta\ell = \dfrac{T}{K} = \dfrac{5}{25} = 0{,}2m = 20cm$

3)CORRECTION DE EXERCICE 3:

1) le corps C est en équilibre sous l'action de 2 forces : $\vec{P}$: son poids et $\vec{T}$: la tension du fil.

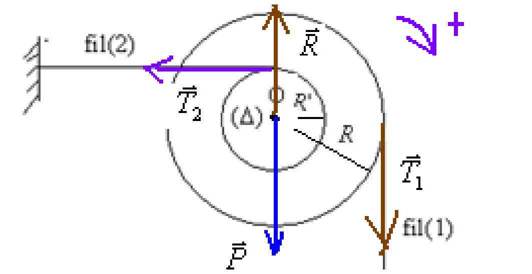
La condition d'équilibre du corps (C) : $\vec{P}+\vec{T}=\vec{0}$ Donc : T=P=m.g=10N



2)a) la poulie (à deux gorges) est soumise à l'action des forces suivantes:

$\vec{P}$: son poids. $\vec{R}$: réaction de l'axe de rotation . $\vec{T_1}$: Tension du fil (1) et $\vec{T_2}$: Tension du fil (2)

b) En appliquant le théorème des moments : $\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{P}+\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{R}+\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{T_1}+\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{T_2}=0$ On a : $\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{P}=0$ et $\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{R}=0$



Donc: $\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{T_1}+\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{T_2}=0 \quad \Rightarrow \quad +T_1.r-T_2.r'=0$ avec r=2.r' donc : $2.T_1.r'-T_2.r'=0$ d'où: $T_2=2.T_1$

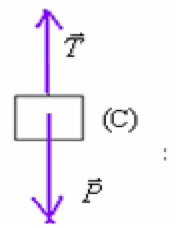
Le fil (1) est inextensible, il garde la même tension en tous ses point , par conséquence T_1=T=10N et T_2=20N.

4) CORRECTION DE L'EXERCICE 4:

Le système étudié {le corps C}

le corps C est en équilibre sous l'action de 2 forces : $\vec{P}$: son poids et $\vec{T}$: la tension du fil.

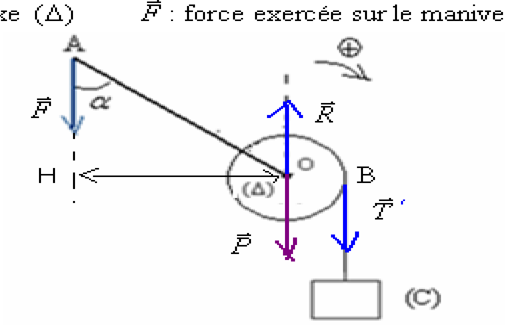
La condition d'équilibre du corps (C) : $\vec{P}+\vec{T}=\vec{0}$ Donc : T=P=m.g=100N



Le système étudié { cylindre + manivelle OA}

bilan des forces:

$\vec{P}$:poids du cylindre $\vec{R}$:réaction de l'axe (Δ) $\vec{F}$: force exercée sur le manivelle en A $\vec{T}'$: tension du fil en B.



En appliquant le théorème des moments : $\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{P}+\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{R}+\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{F}+\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{T}=0$ On a : $\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{P}=0$ et $\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{R}=0$

donc: $\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{F}+\mathcal{M}_{(\Delta)}\vec{T}=0$

$-F.OH+T.OB=0$ avec $OH=OA.\sin\alpha$ et $OB=r$ donc $-F.OA.\sin\alpha+T.r=0 \Rightarrow F=\dfrac{T.r}{OA.\sin\alpha}$

Le câble est inextensible ,il garde la même tension en tous ses points donc: $T'=T=100N$

Pour $\alpha_1=30^o$: $F=\dfrac{100\times 7.10^{-2}}{35.10^{-2}.\sin 30}=40N$

Pour $\alpha_2=90^o$: $F=\dfrac{100\times 7.10^{-2}}{35.10^{-2}.\sin 90}=20N$

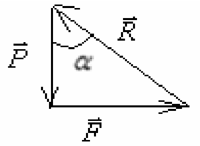
5) CORRECTION DE L'EXERCICE 5:

1) le bilan des forces qui s'exercent sur la boule :

$\vec{P}$: poids de la boule . $\vec{R}$: réaction du support en O. $\vec{F}$: la force horizontale .

On a P=m.g=2N

Équilibre $\Rightarrow$ Polygone des forces est fermé.



$$\tan\alpha = \frac{F}{P} \quad \Rightarrow \quad F = P.\tan\alpha = 2.\tan 45 = 2N$$

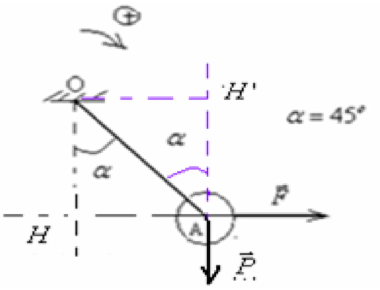
$$\cos\alpha = \frac{P}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{P}{\cos\alpha} = \frac{2}{\cos 45} \approx 2{,}8N$$

2)

$$M_{(\Delta)}\vec{F} = -F.OH = -F.L.\sin\alpha$$

$$M_{(\Delta)}\vec{P} = +P.OH' = -P.L.\sin\alpha$$

$$M_{(\Delta)}\vec{R} = 0$$



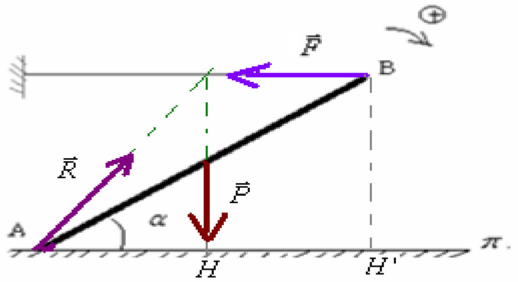
$$\Sigma M_{(\Delta)}\vec{F} = M_{(\Delta)}\vec{F} + M_{(\Delta)}\vec{P} + M_{(\Delta)}\vec{R} = -F.L.\sin\alpha + P.L.\sin\alpha + 0 = L.\sin\alpha(P-F) = 0{,}48.\sin 45(2-2) = 0$$

6)CORRECTION DE L' EXERCICE 6:

1) l'inventaire des forces qui s'exercent sur la barre AB.

$\vec{P}$:poids de la barre. $\vec{F}$: force exercée par le fil sur la barre. $\vec{R}$:réaction du plan

2) équilibre implique les droites d'action des trois forces sont concourantes.



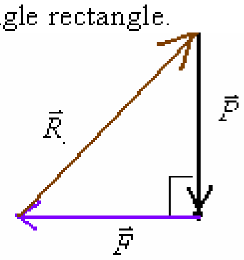
La réaction n'est pas perpendiculaire au plan , donc le contact se fait avec frottement.

3) a) $M\vec{R}_{/\Delta} = 0$, $M\vec{P}_{/\Delta} = +P.AH = m.g.\frac{\ell}{2}.\cos\alpha$, $M\vec{F}_{/\Delta} = -F.BH' = -F.\ell.\sin\alpha$

b) équilibre implique : $\Sigma M\vec{F}_{/\Delta} = 0 \quad \Rightarrow \quad M\vec{P}_{/\Delta} + M\vec{R}_{/\Delta} + M\vec{F}_{/\Delta} = 0$

$$m.g.\frac{\ell}{2}.\cos\alpha + 0 - F.\ell.\sin\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad F = \frac{m.g.\cos\alpha}{2.\sin\alpha} = \frac{2\times 10\times \sin 45}{2.\cos 45} = 10N$$

c)Dans ce cas le polygone des forces est un triangle rectangle.

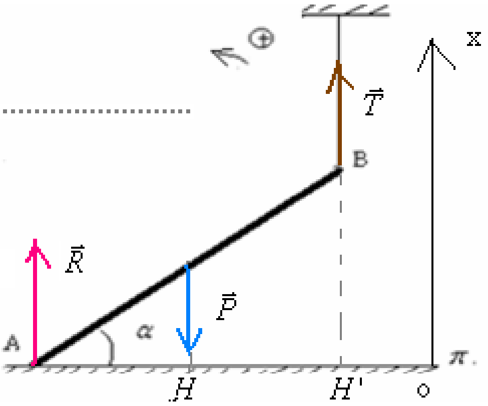


$$donc: \quad R = \sqrt{P^2 + F^2} = \sqrt{20^2 + 10^2} \approx 22N$$

7)CORRECTION DE L' EXERCICE 7:

1) l'inventaire des forces qui s'exercent sur la barre AB.

$\vec{P}$:poids de la barre . $\vec{T}$: tension du fil. $\vec{R}$:réaction du plan.



2) En appliquant la deuxième condition d'équilibre : $\Sigma M\vec{F}_{/\Delta} = 0$

$M\vec{P}_{/\Delta} + M\vec{R}_{/\Delta} + M\vec{T}.. = 0 \quad \Rightarrow \quad -P \times AH + 0 + T \times AH' = 0$

donc : $-m.g \times \frac{\ell}{2}.\cos\alpha + 0 + T \times \ell.\cos\alpha = 0$

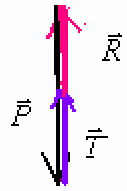
$$T = \frac{m.g}{2} = \frac{30}{2} = 15N$$

3) Dans ce cas le contact de la barre avec le plan se fait sans frottement.

Les trois forces sont parallèles .

P=30N T=15N

Le polygone des forces est fermé:



On trouve R=15N

Ou bien on utilise la méthode analytique : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$ par projection sur l'axe ox .

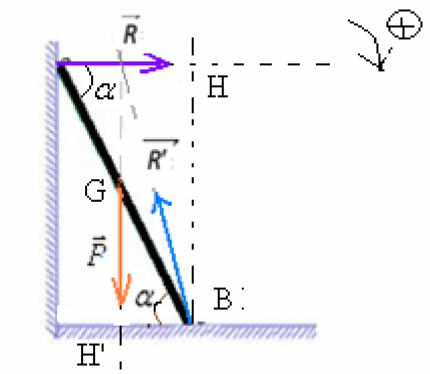
$$-P + T + R = 0 \quad \Rightarrow \quad R = P - T = 30 - 15 = 15N$$

8)CORRECTION DE L' EXERCICE 8:

1) Inventaire des forces qui s'exercent sur la poutre : $\vec{P}$:Poids de la poutre $\vec{R}$:du mur sur la poutre. $\overrightarrow{R'}$: du sol sur la poutre .

La poutre est en équilibre sous l'action de trois forces , donc :

les droites d'action des trois forces sont concourantes.



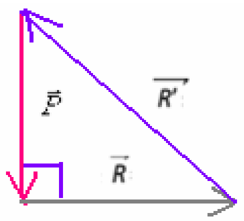
2) En appliquant le théorème des moments par rapport à un axe Δ passant par B et perpendiculaire au plan de la poutre :

$M\vec{P}_{/\Delta} + M\vec{R}_{/\Delta} + MR'_{/\Delta} = 0$ **avec :** $MR'_{/\Delta} = 0$

donc : $-P \times GH' + R.BH + 0 = 0 \quad \Rightarrow \quad -m.g \times \frac{AB}{2}.\cos\alpha + R.AB.\sin\alpha = 0$ **d'ou**

$$-\frac{m.g}{2}.\cos\alpha + 0 + R.\sin\alpha = 0 \quad \Rightarrow R. = -\frac{m.g.\cos\alpha}{2.\sin\alpha}. = \frac{m.g}{2.\tan\alpha} \quad \text{A.N:} \quad R. = \frac{15 \times 10}{2.\tan 60} = 43{,}3N$$

3) Dans ce cas le polygone des forces est un triangle rectangle.



$$R'^2 = P^2 + R^2 \quad \Rightarrow R' = \sqrt{P^2 + R^2} = \sqrt{150^2 + 43{,}3^2} \approx 156N$$

9) CORRECTION DE L'EXERCICE 9:

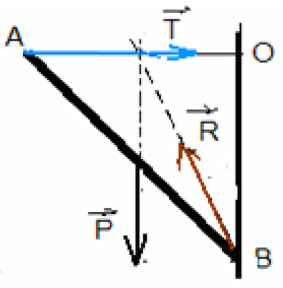
1) les forces qui s'exercent sur la barre sont:

$\vec{P}$:poids de la barre.

$\vec{T}$: tension du câble

$\vec{R}$:réaction du mur au point B.

Les droites d'actions des trois forces sont concourantes.

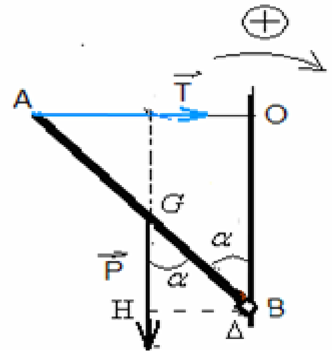


Appliquons le théorème des moments par rapport à l'axe Δ horizontal qui passe par le point B

$$M_{\Delta}\vec{P}+M_{\Delta}\vec{T}+M_{\Delta}\vec{R}=0$$

$$-P.BH+T.OB+0=0$$

$$T.OB=P.BH \quad \Rightarrow \quad \boxed{T=\frac{P.BH}{OB}}$$



$$M_{\Delta}\vec{R}=0$$

Dans le triangle rectangle OAB on a : $\tan\alpha=\frac{OA}{OB}=\frac{OA}{2.OA}=0{,}5 \quad \Rightarrow \alpha=\tan^{-1}0{,}5$ d'où: $\alpha\approx 26{,}6°$

Dans le triangle rectangle GBH on a

on a : $\sin\alpha=\frac{BH}{GB} \quad \Rightarrow BH=GB.\sin\alpha$ donc: $BH=\frac{GB.\sin\alpha}{2}$ (1)

et on a : $AB^2=OA^2+OB^2$: (avec OB=2.OA et AB=2GB).

Donc: $(2.GB)^2=OA^2+(2.OA)^2 \quad \Rightarrow \quad 4.GB^2=5..OA^2$ d'où: $GB=\frac{\sqrt{5}..OA}{2}$ donc (1) devient :

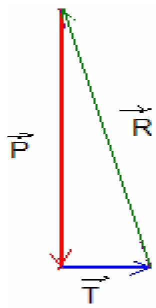
$$BH=\frac{\sqrt{5}.OA.\sin\alpha}{2}$$

En remplaçant dans l'expression de la tension on a : $T=\frac{m.g.\sqrt{5}.\sin\alpha}{4}$ avec OB=2.OA

A.N : $T=\frac{60\times 10.\sqrt{5}.\times.\sin 26{,}6}{4}=150N$

3) La barre est en équilibre sous l'action de 3 forces donc le polygone des forces est fermé.
Choisissons comme échelle 1 cm -> 100N
On a P=m.g =600N et T=150N.

On trouve : $R\approx 620N$



10)CORRECTION DE L' EXERCICE10:

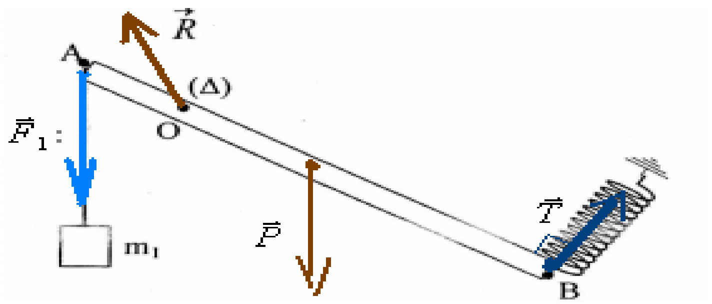
1) Inventaire des forces qui s'exercent sur la barre:

$\vec{P}$:poids de la barre.

$\vec{T}$: tension du ressort.

$\vec{F}_1$: tension du fil.(d'intensité $F_1=m_1.g$ d'après l'équilibre du corps suspendu)

$\vec{R}$: réaction de l'axe de rotation sur la barre.



Remarque : du fait que le polygone des 4 forces doit être fermé on déduit le sens de la réaction $\vec{R}$

2) D'après l'équilibre du corps suspendu au fil : $F_1=P_1=m_1g=10N$

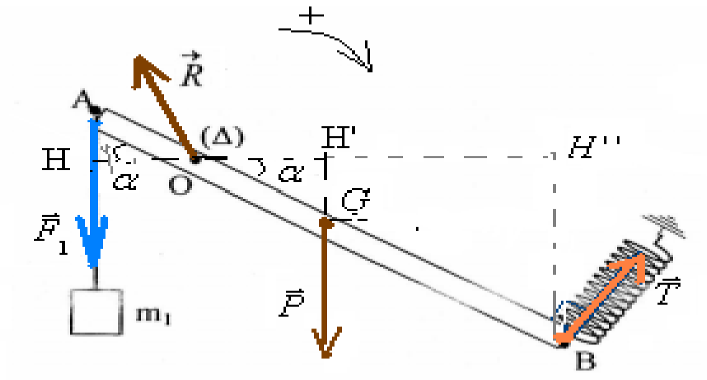
En appliquant le théorème des moments ,on a : $\Sigma M\vec{F}_{/\Delta}=0 \;\Rightarrow\; M\vec{P}_{/\Delta}+M\vec{T}_{/\Delta}+M\vec{F}_{1/\Delta}+M\vec{R}_{/\Delta}=0$

$M\vec{R}_{/\Delta}=0$

$M\vec{P}_{/\Delta}=.P.OH'=mg.OG.\cos\alpha$

$M\vec{T}_{/\Delta}=-T.O.H''=-T.OB.\cos\alpha$

$M\vec{F}_1/\Delta=-F_1.OH=.-F_1.OA.\cos\alpha$



$\Rightarrow$

donc:

$mg.OG.\cos\alpha-T.OB.\cos\alpha-F_1.OA.\cos\alpha=0 \;\Rightarrow\; mg.OG-T.OB-F_1.OA=0 \;\Rightarrow\; mg.OG-F_1.OA=T.OB$

donc: $T=\dfrac{mg.OG-F_1.OA}{.OB}$ A.N $T=\dfrac{4\times10\times30.10^{-2}-10\times10\times10^{-2}}{50.10^{-2}}=\dfrac{4\times30-10}{5}=22N$

3) la barre est équilibre donc le polygone des forces est fermé.

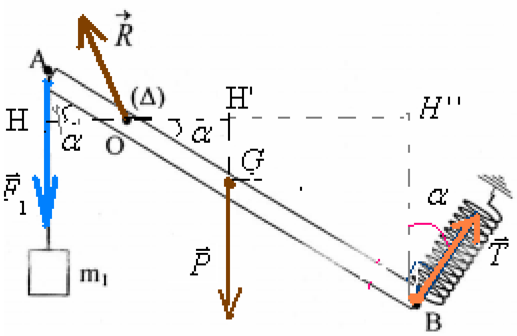
On doit constater que la tension $\vec{T}$ du ressort forme l'angle α avec la verticale pour pouvoir tracer le polygone.

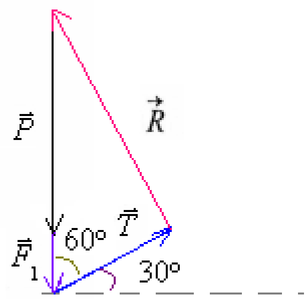
$P=m.g=4\times10=40N$

$F_1=10N$

$T=22N$

Choisissons comme échelle: 1cm -> 10N





$R\approx44N$ On trouve :

11) CORRECTION DE L'EXERCICE11:

1) Bilan des forces qui s'exercent sur le corps (S):

$\vec{P}$: son poids $\vec{R}$: réaction du plan incliné. $\vec{T}$: tension du fil.

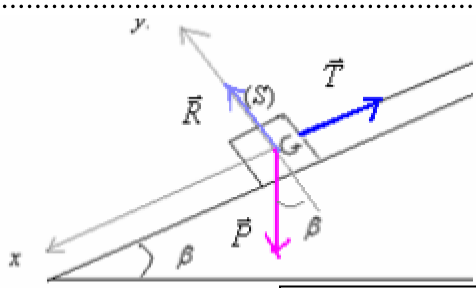
2) Bilan des forces qui s'exercent sur l'enrouleur:

$\vec{P}'$: son poids $\vec{R}'$: réaction de l'axe de rotation $\vec{T}'$: tension du fil $\vec{F}$: force qui s'exerce sur l'enrouleur.

3)a) la condition d'équilibre du corps (S). $\Sigma\vec{F}=\vec{0}$

b) la condition d'équilibre de l'enrouleur. $\Sigma M_\Delta\vec{F}=0$

4) a)



on a: $\boxed{\vec{P}+\vec{R}+\vec{T}=\vec{0}}$ (1) par projection de la relation (1) sur l'axe Gx:

$+P\sin\beta+0-T=0$: (o,x) => $T=mg\sin\beta$

$T=0{,}5kg.10N/Kg.\sin30=2{,}5N$

b)

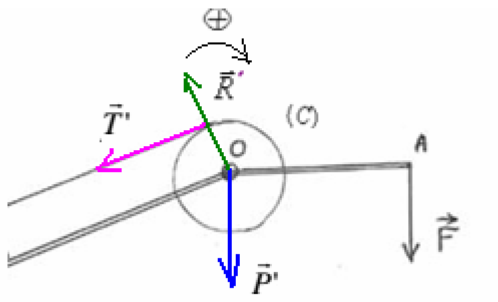
par projection de la relation (1) sur l'axe Gy :

$R = m.g\cos\beta \quad \Leftarrow \qquad -P\cos\beta + R + 0 = 0$

$R = 0{,}5kg.10N/Kg\cos 30 \approx 4{,}3N$

5) En appliquant la deuxième condition d'équilibre sur le système {corps solide + enrouleur}

$$\Sigma M\vec{F}_{/\Delta} = 0$$



$$M_\Delta\vec{P}' + M_\Delta\vec{T}' + M_\Delta\vec{R}' + M_\Delta\vec{F} = 0$$

$$\begin{cases} M_\Delta\vec{P}' = 0 \\ M_\Delta\vec{T}' = -T.r \\ M_\Delta\vec{R}' = 0 \\ M_\Delta\vec{F} = +F.L \end{cases}$$

$T = mg\sin\beta$ مع $F = \dfrac{T.r}{L} \quad \Leftarrow \quad F.L = Tr \quad \Leftarrow \quad 0 - Tr + 0 + F.L = 0$

$$F = \frac{m.g.r.\sin\beta}{L} \quad \Leftarrow$$

$$F = \frac{0{,}5kg.10N/kg.0{,}08m.\sin 30}{0{,}5m} = 0{,}4N$$

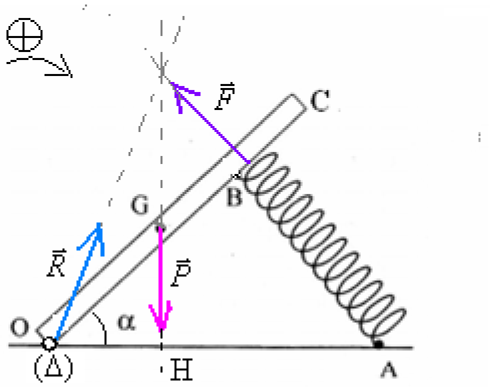
12)CORRECTION DE L' EXERCICE 12:

1) système étudié {la pédale OC }

Bilan des forces :la pédale OC est soumise à l'action des forces suivantes:

- $\vec{F}$: la force exercée par le ressort.
- $\vec{R}$: la réaction de l'axe de la pédale.
- $\vec{P}$:poids de la pédale.

Les droites d'action des trois forces sont concourantes.



Soit l'axe (Δ) Passant par O et perpendiculaire au plan de la pédale.

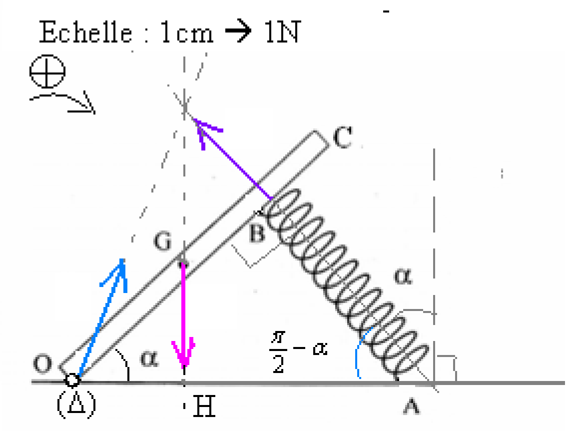
2)

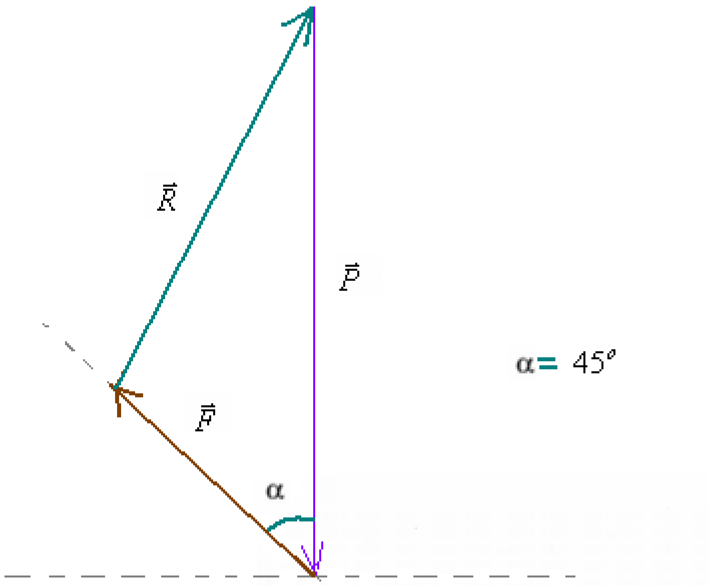
A l'équilibre : $\Sigma M\vec{F}_{/\Delta} = 0$

$$M\vec{P}_{/\Delta} + M\vec{F}_{/\Delta} + M\vec{R}_{/\Delta} = 0$$

$\Rightarrow P.OH - F.OB + 0 = 0$ donc $\quad P.OG.\cos\alpha - F.OB = 0 \quad$ d'où : $F = \dfrac{P.OG\cos\alpha}{OB} = \dfrac{10\times 10.10^{-2}.\cos 45}{15.10^{-2}} \approx 4{,}7N$

3) On a: P=10N F=4,7N équilibre $\Rightarrow$ Polygone des forces est fermé.



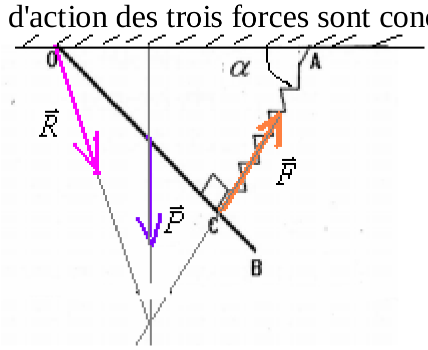


13)CORRECTION DE L' EXERCICE13:

1) Inventaire des forces qui s'exercent sur la barre:

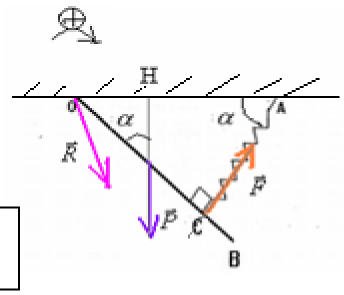
- $\vec{F}$: la force exercée par le ressort.
- $\vec{R}$: la réaction de l'axe .
- $\vec{P}$:poids de la barre:

La barre est en équilibre , donc les droites d'action des trois forces sont concourantes.



2) A l'équilibre : $\Sigma M\vec{F}_{/\Delta} = 0$

$$M\vec{P}_{/\Delta} + M\vec{F}_{/\Delta} + M\vec{R}_{/\Delta} = 0$$



$$-P.OH + F.OC + 0 = 0 \quad \Rightarrow \quad m.g.OG.\sin\alpha - F.OC = 0 \qquad \text{donc :}$$

$$m.g.\frac{\ell}{3}\sin\alpha - F.\frac{3.\ell}{4} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{m.g.\sin\alpha}{3} = \frac{3.F}{4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{F = \frac{4.m.g.\sin\alpha}{9}}$$

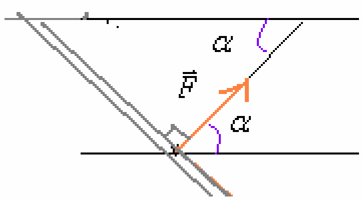
$$\text{A.N:} \quad F = \frac{4.\times 5\times 10.\sin 37}{9} \approx 13{,}4N$$

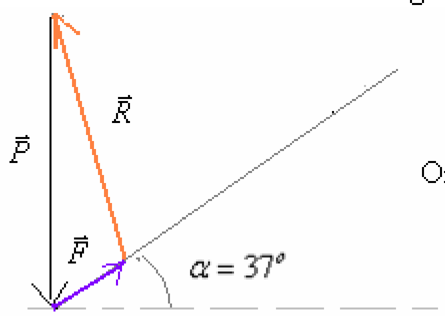
$$\text{On a :} \quad F = K.\Delta\ell \quad \Rightarrow \quad \Delta\ell = \frac{F}{K} = \frac{13{,}4}{500} \approx 0{,}027m = 2{,}7cm$$

3) on a : P=m.g= 50N F=13,4N

Equilibre $\Rightarrow$ Polygone des forces est fermé.

Echelle 1cm-> 10N on doit constater que la force $\vec{F}$ forme avec l'horizontale l'angle α .

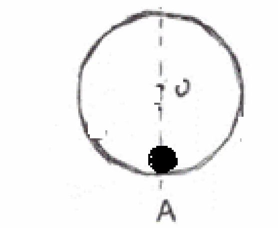




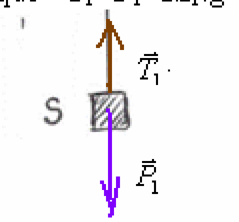
On trouve : $R \approx 4{,}5N$

14)CORRECTION DE L' EXERCICE14:.

1) La position à l'équilibre du disque lorsqu'il porte la charge en A est telle que la charge soit en bas du disque comme l'indique la figure suivante:



2) L'équilibre du corps S suspendu au fil montre que $T_1=P_1=M_1.g$



Etude de l'équilibre du système : {disque + charge }

Bilan des forces : le système {disque + charge en A} est soumis à l'action des forces suivantes:

$\vec{P}_M$: poids de la charge de mass M

$\vec{R}$: réaction de l'axe de rotation en O.

$\vec{T}$: tension du fil en B.

$\vec{P}$: poids du disque.

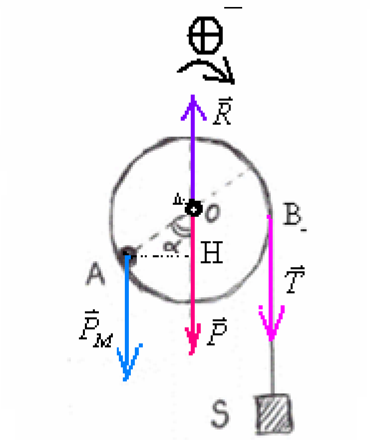
En appliquant la deuxième condition d'équilibre : $\Sigma M\vec{F}_{/\Delta} = 0 \quad \Rightarrow \quad M\vec{P}_{M/\Delta} + M\vec{R}_{/\Delta} + M\vec{T}_{/\Delta} + M\vec{P}_{/\Delta} = 0$

$M\vec{R}_{/\Delta} = 0$

$M\vec{P}_{/\Delta} = 0$

$M\vec{T}_{/\Delta} = -T.r$.

$M\vec{P}_{M/\Delta} = -P_M.AH$



donc: $0+0-T.r+P_M.AH = 0$ avec : $T = T_1 = M_1.g$ car le fil est inextensible , il garde la même tension en tous ses points et $P_M=M.g$.

et on a : $AH = r.\sin\alpha$

Donc : $-M_1.g.r + M.g.r.\sin\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad M_1 = M\sin\alpha$ A.N: $M_1 = 100\sin 30 = 50g$

15)CORRECTION DE L' EXERCICE 15:

1) système étudié {la barre AB}

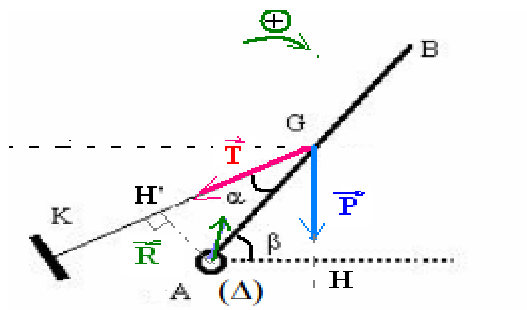
Bilan des forces: la barre AB est soumise à l'action des forces suivantes:

$\vec{P}$ **:son poids.**

$\vec{R}$ **:Réaction de l'axe de rotation.**

$\vec{T}$ **: la tension du fil.**

En appliquant la 2ème condition d'équilibre : $\Sigma M\vec{F}_{/\Delta} = 0 \quad \Rightarrow \quad M\vec{P}_{/\Delta} + M\vec{R}_{/\Delta} + M\vec{T}_{/\Delta} = 0$



$$M\vec{T}_{/\Delta} = -T.AH' = -T.\frac{L}{2}.\sin\alpha$$

$$M\vec{R}_{/\Delta} = 0$$

$$M\vec{P}_{/\Delta} = P.AH = m.g.\frac{L}{2}.\cos\beta$$

Donc $: m.g.\frac{L}{2}.\cos\beta - T.\frac{L}{2}.\sin\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad m.g.\cos\beta = T.\sin\alpha \quad \Rightarrow \boxed{T = \frac{m.g.\cos\beta}{\sin\alpha}}$.

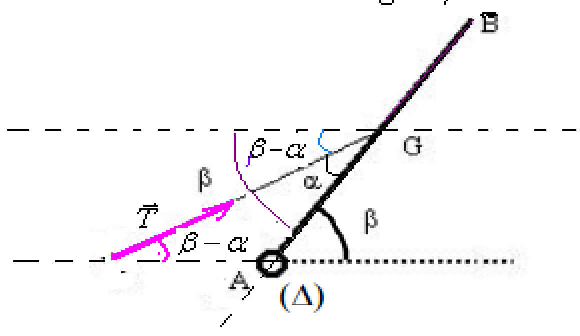
A.N: $T = \dfrac{2\times 10.\cos 60}{\sin 30} = 20N$

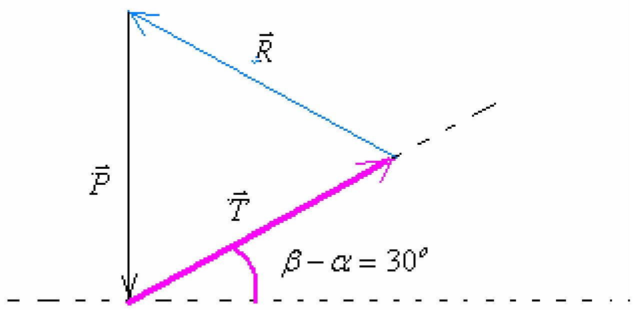
---

2) Equilibre $\Rightarrow$ Polygone des forces est fermé.

On a : P=m.g=20N   T=20N   choisissons une échelle : 1cm->4N

On constate que la tension $\vec{T}$ du fil forme avec l'horizontale l'angle: $\beta - \alpha = 30^o$

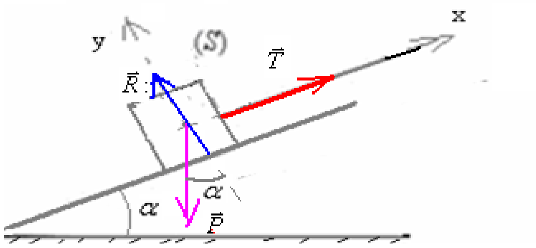




On trouve R=20N

16) Correction de l'EXERCICE16:

1) le corps S est en équilibre sous l'action de 3 forces: : $\vec{R}$: réaction du plan incliné et $\vec{P}$: poids du corps S , $\vec{T}$: tension du fil.

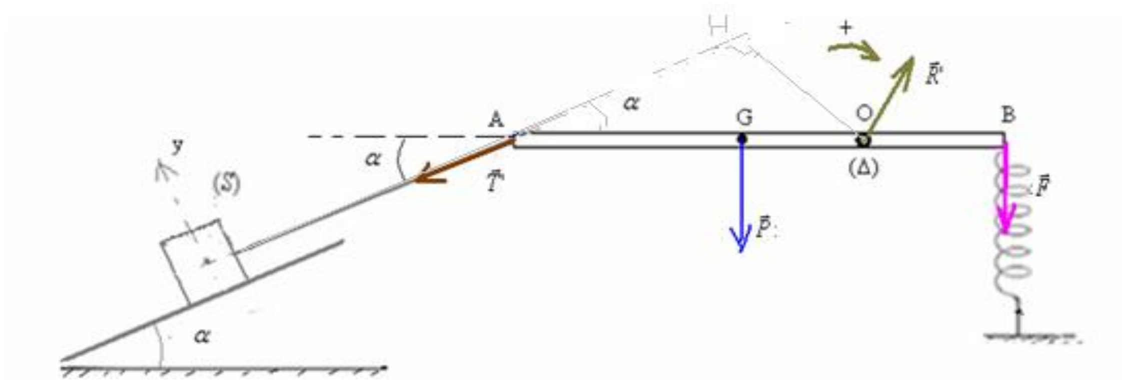


$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$ donc :

par projection sur l'axe ox $\quad -P.\sin\alpha + 0 + T = 0 \quad \Rightarrow \quad T = m.g.\sin\alpha \quad$ A.N: $T = 0,4\times 10\times\sin 30 = 2N$

---

2) la barre AB est en équilibre sous l'action de 4 forces :la $\vec{R}'$: réaction de l'axe de rotation , $\vec{P}$: poids De la barre , $\vec{F}$: force exercée par le ressort. $\vec{T}'$ tension du fil



Le fil étant inextensible donc: $T' = T = 4N$

On applique la 2ème condition d'équilibre : car la barre AB est en équilibre : $\Sigma M\vec{F} / \Delta = 0$

On a : $M\vec{R}'_{/\Delta} = 0$ donc : $M\vec{T}_{/\Delta} + M\vec{P}_{/\Delta} + M\vec{R}'_{/\Delta} + M\vec{F}_{/\Delta} = 0$

d'ou : $-T.OA.\sin\alpha - M.g.\frac{L}{4} + 0 + F.\frac{L}{4} = 0$ càd: $-T \times OH - P \times OG + 0 + F \times OB = 0$

$-T.\sin\alpha - \frac{M.g}{2}. + \frac{F}{2} = 0 \Rightarrow -T.\frac{L}{2}.\sin\alpha - M.g..\frac{L}{4} + F.\frac{L}{4} = 0$ d'ou : $F = 2.T.\sin\alpha + M.g.$

A.N: $F = 2 \times 2.\sin 30 + 0,2. \times 10 = 4N.$

****

SBIRO Abdelkrim lycée agricole Oulad taima région d'Agadir MAROC
Pour toute observation contactez moi
Mail: sbiabdou@yahoo.fr

لا تنسونا من صالح دعائكم ونسأل الله لكم العون والتوفيق.